Leçon d'oral du CAPES de mathématiques

Échantillonnage

Table des matières

1 Introduction et problématique **3**

1.1 Prérequis et objectifs . . . 3

1.1.1 Prérequis . . . 3

1.1.2 Objectifs de la leçon . . . 3

1.2 Motivation . . . 3

1.3 Objectifs de la leçon . . . 4

2 Population, échantillon et modèle probabiliste **4**

2.1 Vocabulaire fondamental . . . 4

2.2 Échantillonnage aléatoire . . . 4

2.3 Tirages avec et sans remise . . . 5

3 La fréquence observée dans un échantillon **5**

3.1 Nombre de succès et fréquence . . . 5

3.2 Loi du nombre de succès . . . 5

4 Fluctuation d'échantillonnage **6**

4.1 Définition . . . 6

4.2 Influence de la taille de l'échantillon . . . 6

4.3 Un encadrement probabiliste . . . 7

4.4 Intervalle de fluctuation . . . 7

5 Loi des grands nombres **8**

5.1 Énoncé . . . 8

5.2 Interprétation . . . 8

5.3 Une conséquence quantitative . . . 8

6 Estimation d'une proportion inconnue **9**

6.1 Principe . . . 9

6.2 Intervalle de confiance . . . 9

6.3 Interprétation fréquentiste . . . 9

7 Exemple développé : contrôle qualité **10**
7.1 Énoncé . . . 10
7.2 Correction . . . 10
7.3 Discussion . . . 10

8 Simulation informatique **11**
8.1 Objectif pédagogique . . . 11
8.2 Algorithme Python . . . 11
8.3 Résultats attendus . . . 11
8.4 Questions à poser aux élèves . . . 12

9 Aspects didactiques et pédagogiques **12**
9.1 Place dans les programmes . . . 12
9.2 Prérequis . . . 12
9.3 Difficultés possibles . . . 12
9.4 Proposition de déroulement d'une séance . . . 13
9.5 Évaluation possible . . . 13

10 Ouvertures et prolongements **13**

11 Conclusion **13**

12 Références bibliographiques et institutionnelles **14**

1 Introduction et problématique

1.1 Prérequis et objectifs

1.1.1 Prérequis

Pour aborder cette leçon, les connaissances suivantes sont nécessaires :

- **Statistique descriptive :** population, individu, caractère statistique, effectif, fréquence et proportion ;
- **Probabilités :** expérience aléatoire, événements, indépendance de deux événements et probabilités ;
- **Variables aléatoires :** loi de Bernoulli, loi binomiale, espérance, variance et écart-type ;
- **Calcul algébrique :** calculs de fractions, de pourcentages et de racines carrées ;
- **Algorithmique :** utilisation d'un algorithme simple ou d'un programme informatique pour simuler une expérience aléatoire et recueillir des données.

1.1.2 Objectifs de la leçon

À l'issue de cette leçon, on souhaite être capable de :

- définir un échantillon et préciser les conditions dans lesquelles un modèle d'échantillonnage aléatoire est pertinent ;
- modéliser un échantillon de taille n par des variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli ;
- définir la fréquence aléatoire associée à un échantillon et établir ses caractéristiques :

$$E(F_n) = p, \qquad V(F_n) = \frac{p(1-p)}{n};$$

- comprendre et interpréter la fluctuation d'échantillonnage ;
- expliquer le rôle de la loi des grands nombres dans l'estimation d'une probabilité par une fréquence ;
- distinguer l'intervalle de fluctuation, utilisé lorsque le modèle est connu, et l'intervalle de confiance, utilisé pour estimer un paramètre inconnu ;
- exploiter une simulation informatique pour étudier expérimentalement les variations d'une fréquence ;
- interpréter les résultats obtenus en tenant compte des hypothèses du modèle et des limites liées à la méthode de sélection de l'échantillon.

1.2 Motivation

Dans de nombreuses situations, on souhaite connaître une caractéristique d'une population sans pouvoir interroger ou mesurer chacun de ses individus.

Par exemple :

- estimer la proportion d'électeurs favorables à un candidat ;
- déterminer la proportion de produits défectueux dans une usine ;
- estimer le temps moyen de trajet des habitants d'une ville ;
- étudier la proportion d'individus présentant une caractéristique biologique donnée.

L'étude exhaustive de la population peut être trop coûteuse, trop longue, voire impossible. On prélève alors un échantillon et on utilise les informations recueillies pour tirer des conclusions sur la population.

Cependant, deux échantillons de même taille prélevés dans une même population peuvent conduire à des résultats différents.

La question centrale de cette leçon est donc la suivante :

> Comment utiliser un échantillon pour obtenir une information pertinente sur une population, tout en tenant compte de l'incertitude liée au hasard ?

1.3 Objectifs de la leçon

Cette leçon vise à :

- définir la notion d'échantillon et préciser les conditions d'un échantillonnage aléatoire ;
- modéliser l'observation d'un échantillon par des variables aléatoires ;
- étudier la fluctuation d'échantillonnage ;
- comprendre le rôle de la loi des grands nombres ;
- expliquer comment une fréquence observée permet d'estimer une proportion inconnue ;
- distinguer estimation, intervalle de fluctuation et intervalle de confiance ;
- exploiter des simulations pour observer les phénomènes statistiques.

2 Population, échantillon et modèle probabiliste

2.1 Vocabulaire fondamental

Définition 1. *Une **population statistique** est l'ensemble des individus sur lesquels porte une étude.*

*Un **échantillon** est un sous-ensemble d'individus de cette population, sélectionné afin de recueillir des informations.*

*La **taille** d'un échantillon est le nombre n d'individus qui le composent.*

L'**échantillonnage** désigne la procédure de sélection de l'échantillon.

Il convient de distinguer :

- la population étudiée ;
- la méthode de sélection des individus ;
- les données effectivement observées ;
- les conclusions que l'on souhaite tirer sur la population.

Remarque 1. *Un échantillon de grande taille n'est pas nécessairement représentatif. Un biais de sélection peut subsister, même lorsque le nombre d'individus observés est important.*

2.2 Échantillonnage aléatoire

On considère une population dans laquelle on étudie une caractéristique à deux modalités : succès ou échec.

On note p la probabilité d'obtenir un succès dans le modèle retenu.

Dans le cadre d'un échantillonnage aléatoire avec remise, ou lorsque les observations sont modélisées par des tirages indépendants de même loi, on peut représenter les résultats par des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées :

$$X_1, X_2, \ldots, X_n.$$

Chaque variable X_i suit une loi de Bernoulli de paramètre p :

$$X_i \sim \mathcal{B}(1, p).$$

Ainsi,

$$P(X_i = 1) = p, \qquad P(X_i = 0) = 1 - p.$$

L'indépendance des variables signifie que la réalisation d'un tirage ne modifie pas les probabilités des résultats des autres tirages.

2.3 Tirages avec et sans remise

Avec remise : les tirages successifs sont indépendants lorsque chaque tirage est effectué dans les mêmes conditions.

Sans remise : les tirages successifs dans une population finie ne sont généralement pas indépendants.

Toutefois, si la population est très grande devant la taille de l'échantillon, le modèle de tirages indépendants peut constituer une approximation acceptable dans certaines situations.

Il faut donc toujours justifier le modèle probabiliste retenu.

3 La fréquence observée dans un échantillon

3.1 Nombre de succès et fréquence

On note S_n le nombre de succès observés dans un échantillon de taille n :

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n.$$

On définit la fréquence observée par :

$$F_n = \frac{S_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Cette fréquence est une variable aléatoire avant l'observation de l'échantillon. Après le prélèvement, elle prend une valeur numérique appelée fréquence observée.

3.2 Loi du nombre de succès

Propriété 1. *Si les variables $X_1, \ldots, X_n$ sont indépendantes et suivent une loi de Bernoulli de paramètre p, alors :*

$$S_n \sim \mathcal{B}(n, p).$$

Pour tout entier k compris entre 0 et n :

$$P(S_n = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

On en déduit que :

$$E(S_n) = np$$

et

$$V(S_n) = np(1-p).$$

Comme $F_n = S_n/n$, on obtient les résultats suivants.

Propriété 2. *La fréquence observée vérifie :*

$$\boxed{E(F_n) = p}$$

et

$$\boxed{V(F_n) = \frac{p(1-p)}{n}}.$$

Son écart-type est donc :

$$\boxed{\sigma(F_n) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}.$$

Interprétation :

- La fréquence observée est un estimateur sans biais de p : son espérance est égale à p.
- Sa variance diminue lorsque la taille de l'échantillon augmente.
- La fréquence observée n'est pas nécessairement égale à p.

4 Fluctuation d'échantillonnage

4.1 Définition

Définition 2. *La* ***fluctuation d'échantillonnage*** *désigne la variation des résultats obtenus lorsque l'on répète plusieurs fois le même protocole d'échantillonnage.*

Pour une même population, des échantillons distincts peuvent produire des fréquences différentes.

Cette variation est une conséquence du caractère aléatoire du prélèvement. Elle ne traduit pas nécessairement une erreur de mesure.

4.2 Influence de la taille de l'échantillon

L'écart-type de la fréquence est donné par :

$$\sigma(F_n) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

Il est proportionnel à $1/\sqrt{n}$, à paramètre p fixé.

Ainsi, lorsque la taille de l'échantillon est multipliée par 4, l'écart-type de la fréquence est divisé par 2.

Lorsque la taille est multipliée par 100, l'écart-type est divisé par 10.

La précision statistique ne progresse donc pas proportionnellement à la taille de l'échantillon.

4.3 Un encadrement probabiliste

L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev donne, pour tout $\varepsilon > 0$:

$$P\left(|F_n - p| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{V(F_n)}{\varepsilon^2}.$$

Comme $p(1-p) \leq 1/4$, on a :

$$P\left(|F_n - p| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{1}{4n\varepsilon^2}.$$

En particulier, pour tout $a > 0$:

$$P\left(|F_n - p| \geq \frac{a}{\sqrt{n}}\right) \leq \frac{1}{4a^2}.$$

Cette inégalité fournit une majoration de la probabilité d'un écart important entre la fréquence observée et la probabilité théorique.

Elle ne donne pas nécessairement la probabilité exacte de cet écart.

4.4 Intervalle de fluctuation

Un intervalle de fluctuation est un intervalle construit à partir d'un modèle probabiliste et d'un niveau de probabilité choisi, qui permet d'étudier les valeurs susceptibles d'être prises par la fréquence observée.

Dans le cadre d'une approximation normale, lorsque les conditions d'approximation sont satisfaites, on peut utiliser :

$$F_n \approx \mathcal{N}\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right).$$

Un intervalle de fluctuation approximatif de niveau 95 % est alors :

$$\boxed{\left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}},\ p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].}$$

On peut intersecter cet intervalle avec $[0, 1]$.

Cette approximation suppose notamment que l'effectif est suffisamment grand et que les deux quantités np et $n(1-p)$ sont suffisamment grandes. Les conditions précises dépendent du résultat d'approximation utilisé.

Attention : un intervalle de fluctuation suppose que p est connu dans le modèle. Il sert notamment à examiner si une fréquence observée est compatible avec ce modèle.

5 Loi des grands nombres

5.1 Énoncé

Théorème 1 (Loi faible des grands nombres)**.** *Soient $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires indépendantes et de même loi de Bernoulli de paramètre p.*

Pour tout $\varepsilon > 0$:

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} P\left(|F_n - p| \geq \varepsilon\right) = 0.}$$

La fréquence observée converge donc en probabilité vers la probabilité théorique p.

Autrement dit, lorsque la taille de l'échantillon augmente, la probabilité que la fréquence s'écarte de p d'une quantité fixée tend vers zéro.

5.2 Interprétation

La loi des grands nombres explique pourquoi la fréquence observée est généralement plus stable dans les grands échantillons que dans les petits.

Elle ne signifie pas :

- que la fréquence observée est toujours égale à p ;
- qu'un échantillon particulier donne nécessairement une fréquence proche de p ;
- que l'augmentation de la taille corrige un biais de sélection ;
- que la convergence est monotone pour chaque suite d'échantillons.

La loi des grands nombres constitue un fondement théorique de l'utilisation des fréquences pour estimer une probabilité.

5.3 Une conséquence quantitative

En appliquant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on obtient :

$$P(|F_n - p| \geq \varepsilon) \leq \frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2}.$$

Pour une précision absolue ε et un risque maximal α, il suffit donc d'imposer :

$$\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2} \leq \alpha.$$

Une condition suffisante est :

$$\boxed{n \geq \frac{p(1-p)}{\alpha\varepsilon^2}.}$$

Cette condition peut être utilisée lorsque p est connu. Si p est inconnu, on peut utiliser la majoration $p(1-p) \leq 1/4$, ce qui conduit à la condition suffisante :

$$\boxed{n \geq \frac{1}{4\alpha\varepsilon^2}.}$$

Il s'agit d'une garantie issue de l'inégalité de Tchebychev, qui peut être conservatrice.

6 Estimation d'une proportion inconnue

6.1 Principe

Dans de nombreuses applications, la proportion p est inconnue. On prélève un échantillon de taille n et on observe une fréquence f.

On utilise alors :

$$\boxed{\widehat{p} = f}$$

comme estimation ponctuelle de la proportion inconnue p.

La valeur f est calculée à partir des données de l'échantillon. Avant l'observation, l'estimateur $\widehat{p} = F_n$ est une variable aléatoire ; après l'observation, l'estimation est un nombre.

6.2 Intervalle de confiance

Un intervalle de confiance est une procédure permettant de construire un intervalle à partir d'un échantillon, avec une garantie probabiliste sur la couverture du paramètre inconnu, sous les hypothèses du modèle.

Dans le cas d'une proportion, plusieurs méthodes existent :

- intervalle de Wald, fondé sur une approximation normale ;
- intervalle de Wilson ;
- intervalle exact binomial.

Pour une présentation introductive, l'intervalle de Wald de niveau approximatif 95 % est :

$$\boxed{\left[f - 1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}},\ f + 1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right].}$$

Les bornes peuvent être ramenées dans $[0, 1]$.

Cette formule est une approximation qui peut être médiocre pour les petits effectifs ou lorsque f est proche de 0 ou de 1. L'intervalle de Wilson ou l'intervalle exact binomial est alors préférable.

Il faut distinguer la proportion inconnue p de la fréquence observée f : cette dernière est utilisée pour construire l'intervalle, mais elle ne constitue pas une certitude sur p.

6.3 Interprétation fréquentiste

Pour un intervalle de confiance fréquentiste de niveau 95 %, l'interprétation correcte est la suivante :

> Si l'on répétait un grand nombre de fois le protocole d'échantillonnage et de construction de l'intervalle, environ 95 % des intervalles obtenus contiendraient la proportion fixe p, sous les hypothèses du modèle.

Une fois les données observées et l'intervalle calculé, la proportion p est fixe : l'intervalle obtenu la contient ou ne la contient pas.

Le niveau de confiance ne signifie donc pas que la probabilité que p appartienne à cet intervalle particulier est égale à 95 % dans l'interprétation fréquentiste classique.

7 Exemple développé : contrôle qualité

7.1 Énoncé

Une entreprise produit des pièces dont la proportion réelle de pièces défectueuses est notée p.

On prélève au hasard $n = 400$ pièces et on constate que 12 d'entre elles sont défectueuses.

On souhaite :

1. calculer la fréquence observée ;
2. donner une estimation ponctuelle de p ;
3. construire un intervalle de confiance approximatif de niveau 95 % par la méthode de Wald ;
4. interpréter le résultat et ses limites.

7.2 Correction

La fréquence observée de pièces défectueuses est :

$$f = \frac{12}{400} = 0{,}03.$$

L'estimation ponctuelle de la proportion est donc :

$$\widehat{p} = 0{,}03,$$

soit 3 %.

Avec la formule de Wald, la marge d'erreur estimée vaut :

$$1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}03 \times 0{,}97}{400}}.$$

Numériquement :

$$1{,}96\sqrt{0{,}00007275} \approx 0{,}0167.$$

L'intervalle calculé est donc approximativement :

$$[0{,}03 - 0{,}0167\,;\, 0{,}03 + 0{,}0167],$$

soit :

$$\boxed{[0{,}0133\,;\, 0{,}0467]}.$$

Les bornes correspondent à environ 1,33 % et 4,67 %.

7.3 Discussion

La fréquence observée est de 3 %. L'intervalle obtenu fournit une estimation de l'incertitude liée à l'échantillonnage.

Cependant, l'approximation de Wald est discutable dans cet exemple, car le nombre observé de pièces défectueuses est faible.

Il serait pertinent de comparer ce résultat avec un intervalle de Wilson ou un intervalle exact binomial.

Enfin, l'interprétation suppose que le prélèvement est effectué selon un protocole adapté et que le modèle binomial est pertinent.

8 Simulation informatique

8.1 Objectif pédagogique

Une simulation permet de visualiser la fluctuation d'échantillonnage et de confronter les résultats expérimentaux aux propriétés théoriques.

On fixe par exemple :

$$p = 0{,}4, \qquad n = 100.$$

On simule plusieurs échantillons indépendants de taille 100, puis on calcule la fréquence observée dans chacun d'eux.

8.2 Algorithme Python

```
import random

p = 0.4
n = 100
N = 1000

frequences = []

for _ in range(N):
    succes = 0

    for _ in range(n):
        if random.random() < p:
            succes += 1

    frequences.append(succes / n)

moyenne = sum(frequences) / N

print("Fréquence moyenne :", moyenne)
print("Premières fréquences :", frequences[:10])
```

8.3 Résultats attendus

La fréquence moyenne des N échantillons devrait se rapprocher de $p = 0{,}4$ lorsque N devient grand.

Pour un échantillon de taille $n = 100$, l'écart-type théorique de la fréquence est :

$$\sigma(F_{100}) = \sqrt{\frac{0{,}4 \times 0{,}6}{100}} \approx 0{,}049.$$

Les fréquences observées fluctuent autour de 0,4.

Il faut distinguer deux paramètres :

— n, la taille de chaque échantillon ;
— N, le nombre d'échantillons simulés.

Augmenter n réduit la dispersion des fréquences individuelles. Augmenter N améliore l'observation expérimentale de la distribution de ces fréquences.

8.4 Questions à poser aux élèves

1. Pourquoi les fréquences simulées ne sont-elles pas toutes égales à 0,4 ?
2. Que constate-t-on lorsque la taille de chaque échantillon passe de 100 à 400 ?
3. Quel est le rôle du nombre N de simulations ?
4. La simulation démontre-t-elle la loi des grands nombres ?

La simulation permet d'observer un phénomène et de formuler des conjectures. Elle ne remplace pas une démonstration mathématique.

9 Aspects didactiques et pédagogiques

9.1 Place dans les programmes

L'échantillonnage permet de relier les probabilités, les statistiques descriptives, l'algorithmique et l'éducation à l'esprit critique.

Les programmes et ressources du lycée mettent notamment en avant :

— l'échantillonnage aléatoire d'une expérience à deux issues ;
— la fluctuation d'une fréquence observée ;
— la loi des grands nombres ;
— l'estimation d'une probabilité par une fréquence ;
— la simulation informatique.

Les contenus et les attendus exacts doivent être adaptés au niveau de classe et au programme en vigueur à la rentrée considérée.

9.2 Prérequis

Les élèves doivent maîtriser :

— les fréquences et les proportions ;
— les probabilités élémentaires ;
— la loi de Bernoulli et la loi binomiale ;
— l'espérance, la variance et l'écart-type ;
— les calculs de pourcentages et les racines carrées.

9.3 Difficultés possibles

Les difficultés les plus fréquentes sont :

— confondre la fréquence observée f et la proportion théorique p ;
— croire qu'un grand échantillon est automatiquement représentatif ;
— interpréter la loi des grands nombres comme une égalité exacte ;

— confondre intervalle de fluctuation et intervalle de confiance ;
— confondre le nombre d'observations n et le nombre de simulations N ;
— interpréter un résultat statistique sans expliciter les hypothèses du modèle.

9.4 Proposition de déroulement d'une séance

Une séance peut être organisée en quatre étapes :

1. **Situation déclenchante :** présenter un sondage ou un contrôle qualité et demander pourquoi deux échantillons peuvent produire des fréquences différentes.
2. **Expérimentation :** simuler plusieurs échantillons et comparer leurs fréquences.
3. **Institutionnalisation :** définir la fréquence aléatoire, établir son espérance et sa variance, puis présenter la loi des grands nombres.
4. **Réinvestissement :** estimer une proportion et discuter les limites de l'interprétation.

9.5 Évaluation possible

On peut demander aux élèves de :

— calculer une fréquence observée ;
— déterminer l'espérance et la variance de cette fréquence ;
— expliquer l'effet d'une augmentation de la taille de l'échantillon ;
— interpréter une simulation ;
— distinguer les conclusions permises par un modèle et celles qui ne le sont pas.

10 Ouvertures et prolongements

Plusieurs prolongements sont possibles :

— les méthodes d'échantillonnage stratifié et systématique ;
— les biais de sélection et les biais de non-réponse ;
— l'estimation d'une moyenne ;
— les intervalles de confiance pour une proportion ;
— les tests d'hypothèses ;
— les applications aux sondages, à l'épidémiologie et au contrôle industriel ;
— les limites de l'inférence statistique en présence de données dépendantes ou d'un échantillon non représentatif.

Il est essentiel de souligner que la validité d'une conclusion statistique dépend non seulement de la taille de l'échantillon, mais aussi de la qualité du protocole de collecte et de la pertinence du modèle retenu.

11 Conclusion

L'échantillonnage est une démarche fondamentale pour obtenir des informations sur une population à partir d'un nombre limité d'observations.

Le modèle probabiliste permet de quantifier la fluctuation d'échantillonnage. Dans le cas d'une proportion, la fréquence observée est un estimateur sans biais dont la variance décroît comme $1/n$.

La loi des grands nombres justifie théoriquement l'utilisation des fréquences pour estimer une probabilité. Les intervalles de fluctuation et de confiance permettent ensuite de formaliser l'incertitude, à condition de respecter leurs hypothèses et d'interpréter correctement leur portée.

L'enjeu pédagogique est de faire comprendre que les statistiques ne produisent pas une certitude immédiate : elles permettent de raisonner quantitativement sur une incertitude.

12 Références bibliographiques et institutionnelles

[1] **Ministère de l'Éducation nationale**, *Programme d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique*, Bulletin officiel n° 14 du 2 avril 2026.

https://www.education.gouv.fr/bo/2026/Hebdo14/MENE2602914A

[2] **Ministère de l'Éducation nationale**, *Programmes et ressources en mathématiques – voie générale et technologique*, Éduscol.

https://eduscol.education.gouv.fr/5817/programmes-et-ressources-en-mathematiques-voie-g

[3] **Ministère de l'Éducation nationale**, *Ressources pour la classe terminale générale : Mathématiques – Probabilités et statistique*, notamment les développements sur l'échantillonnage et l'estimation.

https://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/11/5/LyceeGT_ressources_Math_T_proba-stat_207115.pdf

[4] **Ross, Sheldon M.**, *A First Course in Probability*, Pearson. Ouvrage de référence pour les modèles probabilistes, les variables aléatoires et les théorèmes de convergence.

[5] **Wasserman, Larry**, *All of Statistics : A Concise Course in Statistical Inference*, Springer, 2004. Référence pour l'échantillonnage, l'estimation et l'inférence statistique.

[6] **Newcombe, Robert G.**, "Two-sided confidence intervals for the single proportion : comparison of seven methods", *Statistics in Medicine*, vol. 17, 1998, p. 857–872. Référence pour la comparaison de méthodes de construction d'intervalles de confiance d'une proportion.

Note : les programmes officiels doivent être consultés en fonction du niveau de classe visé et de leur date d'application. Les résultats probabilistes de cette leçon sont présentés dans le cadre du modèle d'échantillonnage explicitement indiqué.