Leçon d'oral du CAPES de mathématiques

Droites du plan

Table des matières

1 Introduction et problématique **1**

2 Prérequis et objectifs **1**
- 2.1 Prérequis . . . 1
- 2.2 Objectifs . . . 1

3 Approche géométrique et vectorielle **2**
- 3.1 Définition d'une droite . . . 2
- 3.2 Caractérisation vectorielle . . . 2
- 3.3 Exemple . . . 2

4 Équation cartésienne d'une droite **2**
- 4.1 Définition et caractérisation . . . 2
- 4.2 Interprétation vectorielle . . . 3
- 4.3 Détermination d'une équation à partir d'un point et d'un vecteur normal . . . 3
- 4.4 Détermination d'une équation à partir de deux points . . . 3
- 4.5 Exemple . . . 3

5 Équation réduite et coefficient directeur **4**
- 5.1 Définition . . . 4
- 5.2 Calcul du coefficient directeur . . . 4
- 5.3 Lien avec les fonctions affines . . . 4
- 5.4 Exemple . . . 4

6 Positions relatives de deux droites **5**
- 6.1 Parallélisme et intersection . . . 5
- 6.2 Exemple : calcul d'un point d'intersection . . . 5

7 Parallélisme et perpendicularité **5**
- 7.1 Critère de parallélisme . . . 5
- 7.2 Critère de perpendicularité . . . 6
- 7.3 Exemple . . . 6

8 Distance d'un point à une droite **6**
- 8.1 Exemple . . . 6
- 8.2 Applications . . . 6

9 Applications géométriques **7**
- 9.1 Médiatrice d'un segment . . . 7
- 9.2 Altitude d'un triangle . . . 7
- 9.3 Droite passant par un point et parallèle à une droite . . . 7

10 Difficultés et erreurs fréquentes 7

11 Liste d'exercices 8

12 Éléments de correction 9

13 Références bibliographiques et institutionnelles 11

14 Conclusion 12

1 Introduction et problématique

La droite est un objet fondamental de la géométrie plane. Elle intervient dans l'étude des configurations géométriques, des systèmes d'équations, des fonctions affines, des transformations du plan et de nombreux problèmes issus des sciences appliquées.

Une droite peut être définie de manière synthétique, à partir de deux points distincts, ou de manière analytique, à l'aide d'équations dans un repère. Ces deux approches sont complémentaires : la première met en évidence les propriétés géométriques, tandis que la seconde permet d'effectuer des calculs et de résoudre des problèmes.

La problématique de cette leçon est la suivante : *comment caractériser une droite du plan, passer d'une représentation à une autre et déterminer les positions relatives de deux droites ?*

2 Prérequis et objectifs

2.1 Prérequis

Les connaissances suivantes sont nécessaires :

— coordonnées d'un point dans un repère du plan ;

— calcul des coordonnées d'un vecteur ;

— opérations sur les vecteurs et colinéarité ;

— résolution d'équations du premier degré à deux inconnues ;

— résolution de systèmes de deux équations linéaires ;

— théorème de Pythagore et calcul de distances ;

— notions de parallélisme et de perpendicularité ;

— lecture et interprétation graphique d'une fonction affine.

2.2 Objectifs

À l'issue de la leçon, on doit être capable de :

— définir une droite à partir de deux points distincts ou d'un point et d'une direction ;

— caractériser une droite par une équation cartésienne ;

— déterminer une équation de droite connaissant deux points ;

— reconnaître une équation réduite et interpréter son coefficient directeur ;

— déterminer un vecteur directeur et un vecteur normal ;

— étudier les positions relatives de deux droites ;

— calculer les coordonnées d'un point d'intersection ;

— caractériser le parallélisme et la perpendicularité ;

— utiliser les droites pour résoudre des problèmes géométriques.

3 Approche géométrique et vectorielle

3.1 Définition d'une droite

Définition 1. *Soient A et B deux points distincts du plan. La droite (AB) est l'unique droite passant par A et B.*

Une droite est également déterminée par un point A et un vecteur directeur non nul $\vec{u}$.

Définition 2. *Un vecteur directeur d'une droite d est un vecteur non nul dont la direction est celle de d.*

3.2 Caractérisation vectorielle

Soient A un point du plan et $\vec{u}$ un vecteur non nul. Le point M appartient à la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.

En coordonnées, si

$$A(x_A, y_A), \qquad \vec{u} = (a, b),$$

alors $M(x, y)$ appartient à la droite si et seulement s'il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{AM} = t\vec{u}.$$

On obtient donc la représentation paramétrique

$$\boxed{\begin{cases} x = x_A + ta, \\ y = y_A + tb, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.}$$

Remarque 1. *Le vecteur directeur doit être non nul : $(a, b) \neq (0, 0)$. Si $a = 0$, la droite est verticale ; si $b = 0$, elle est horizontale.*

3.3 Exemple

Déterminons une représentation paramétrique de la droite passant par $A(1, 2)$ et de vecteur directeur $(3, -1)$.

Un point $M(x, y)$ de cette droite vérifie

$$\overrightarrow{AM} = t(3, -1).$$

Ainsi,

$$\boxed{\begin{cases} x = 1 + 3t, \\ y = 2 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.}$$

Pour $t = 0$, on retrouve $A(1, 2)$; pour $t = 1$, on obtient le point $(4, 1)$.

4 Équation cartésienne d'une droite

4.1 Définition et caractérisation

Théorème 1. *Toute droite du plan admet une équation cartésienne de la forme*

$$\boxed{ax + by + c = 0},$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $(a, b) \neq (0, 0)$.

Réciproquement, toute équation de cette forme définit une droite du plan.

4.2 Interprétation vectorielle

Le vecteur

$$\vec{n} = (a, b)$$

est un vecteur normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

En effet, si $M(x, y)$ et $N(x', y')$ sont deux points de la droite, alors

$$a(x - x') + b(y - y') = 0.$$

Ainsi,

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{NM} = 0.$$

Le vecteur normal est donc orthogonal à tout vecteur directeur de la droite.

Un vecteur directeur possible est

$$\boxed{\vec{u} = (-b, a)}.$$

On vérifie que

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = -ab + ab = 0.$$

4.3 Détermination d'une équation à partir d'un point et d'un vecteur normal

Soient $A(x_A, y_A)$ un point et $\vec{n} = (a, b)$ un vecteur normal non nul. La droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$ est caractérisée par

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0.$$

Par conséquent,

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0,$$

soit

$$\boxed{ax + by - (ax_A + by_A) = 0}.$$

4.4 Détermination d'une équation à partir de deux points

Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points distincts. Un vecteur directeur de (AB) est

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A).$$

On peut choisir comme vecteur normal

$$\vec{n} = (y_B - y_A, x_A - x_B).$$

Une équation de (AB) est donc

$$\boxed{(y_B - y_A)(x - x_A) + (x_A - x_B)(y - y_A) = 0.}$$

4.5 Exemple

Déterminons une équation de la droite passant par $A(1, 2)$ et $B(4, 5)$.

On a

$$\overrightarrow{AB} = (3, 3).$$

Un vecteur normal est $(1, -1)$. L'équation s'écrit

$$(x - 1) - (y - 2) = 0,$$

d'où

$$\boxed{x - y + 1 = 0}.$$

On peut également écrire $y = x + 1$.

5 Équation réduite et coefficient directeur

5.1 Définition

Lorsque $b \neq 0$, l'équation cartésienne

$$ax + by + c = 0$$

peut se mettre sous la forme

$$\boxed{y = mx + p},$$

avec

$$m = -\frac{a}{b}, \qquad p = -\frac{c}{b}.$$

Le réel m est le coefficient directeur de la droite et p est son ordonnée à l'origine.

Remarque 2. *Une droite verticale, d'équation $x = k$, ne peut pas être représentée par une équation réduite de la forme $y = mx + p$.*

5.2 Calcul du coefficient directeur

Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points distincts d'une droite non verticale. Alors

$$\boxed{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}.$$

Cette expression représente le taux de variation de l'ordonnée par rapport à l'abscisse.

5.3 Lien avec les fonctions affines

La représentation graphique d'une fonction affine

$$f(x) = mx + p$$

est une droite non verticale.

Le coefficient directeur détermine l'inclinaison de la droite :

— si $m > 0$, la fonction est strictement croissante ;

— si $m < 0$, la fonction est strictement décroissante ;

— si $m = 0$, la droite est horizontale.

5.4 Exemple

La droite passant par $A(2, 1)$ et $B(5, 7)$ a pour coefficient directeur

$$m = \frac{7 - 1}{5 - 2} = 2.$$

Son équation est donc de la forme $y = 2x + p$. Comme A appartient à la droite,

$$1 = 2 \times 2 + p,$$

d'où $p = -3$.

Ainsi,

$$\boxed{y = 2x - 3}.$$

6 Positions relatives de deux droites

Considérons deux droites d'équations

$$d_1 : \ a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

et

$$d_2 : \ a_2x + b_2y + c_2 = 0.$$

6.1 Parallélisme et intersection

Posons

$$\Delta = a_1b_2 - a_2b_1.$$

Propriété 1. *Si $\Delta \neq 0$, les droites sont sécantes en un unique point. Les coordonnées de ce point sont les solutions du système*

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = -c_1, \\ a_2x + b_2y = -c_2. \end{cases}$$

Propriété 2. *Si $\Delta = 0$, les vecteurs normaux sont colinéaires. Les droites sont alors soit confondues, soit strictement parallèles. Pour distinguer ces deux cas, il faut comparer les équations complètes, constantes comprises.*

Lorsque les deux droites sont données sous forme réduite,

$$d_1 : y = m_1x + p_1, \qquad d_2 : y = m_2x + p_2,$$

on obtient les critères suivants :

— si $m_1 \neq m_2$, elles sont sécantes ;

— si $m_1 = m_2$ et $p_1 \neq p_2$, elles sont parallèles et distinctes ;

— si $m_1 = m_2$ et $p_1 = p_2$, elles sont confondues.

6.2 Exemple : calcul d'un point d'intersection

Considérons

$$d_1 : y = 2x + 1, \qquad d_2 : y = -x + 4.$$

Au point d'intersection, les ordonnées sont égales :

$$2x + 1 = -x + 4.$$

On obtient $3x = 3$, donc $x = 1$, puis $y = 3$.

Les droites se coupent au point

$$\boxed{I(1, 3)}.$$

7 Parallélisme et perpendicularité

7.1 Critère de parallélisme

Soient $\vec{u} = (u_1, u_2)$ et $\vec{v} = (v_1, v_2)$ deux vecteurs directeurs des droites d_1 et d_2.
Les droites sont parallèles si et seulement si

$$\boxed{u_1v_2 - u_2v_1 = 0}.$$

Cette condition exprime la colinéarité des vecteurs directeurs.
En utilisant les équations cartésiennes, le critère s'écrit

$$\boxed{a_1b_2 - a_2b_1 = 0}.$$

7.2 Critère de perpendicularité

Deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u} = (u_1, u_2)$ et $\vec{v} = (v_1, v_2)$ sont perpendiculaires si et seulement si

$$\boxed{u_1v_1 + u_2v_2 = 0}.$$

Pour deux droites non verticales de coefficients directeurs m_1 et m_2, cela devient

$$\boxed{m_1m_2 = -1}.$$

Ce dernier critère suppose que les deux coefficients directeurs existent : il ne s'applique donc pas directement à une droite verticale.

Pour des droites d'équations cartésiennes

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0, \qquad a_2x + b_2y + c_2 = 0,$$

le critère de perpendicularité est

$$\boxed{a_1a_2 + b_1b_2 = 0}.$$

7.3 Exemple

Les droites

$$d_1 : y = 3x + 2, \qquad d_2 : y = -\frac{1}{3}x + 5$$

ont pour coefficients directeurs 3 et $-\frac{1}{3}$. Leur produit vaut -1 : elles sont perpendiculaires.

8 Distance d'un point à une droite

La distance d'un point à une droite est la longueur du segment perpendiculaire reliant ce point à la droite.

Théorème 2. *Soit d la droite d'équation*

$$ax + by + c = 0, \qquad (a, b) \neq (0, 0),$$

et soit $A(x_A, y_A)$ un point du plan. La distance de A à d est

$$\boxed{d(A, d) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.}$$

8.1 Exemple

Calculons la distance du point $A(1, 2)$ à la droite

$$d : 3x + 4y - 10 = 0.$$

On obtient

$$d(A, d) = \frac{|3 + 8 - 10|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{1}{5}.$$

8.2 Applications

Cette formule permet notamment :

— de calculer la hauteur d'un triangle ;

— de déterminer le rayon d'un cercle tangent à une droite ;

— de vérifier si un point appartient à une droite ;

— de caractériser une droite à distance constante d'un point.

9 Applications géométriques

9.1 Médiatrice d'un segment

Soient A et B deux points distincts. La médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble des points M tels que

$$MA = MB.$$

Dans un repère, cette égalité équivaut à

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2.$$

Après développement et simplification, les termes quadratiques disparaissent. On obtient une équation cartésienne de la médiatrice, qui est une droite.

La médiatrice passe par le milieu de $[AB]$ et lui est perpendiculaire.

9.2 Altitude d'un triangle

Dans un triangle ABC, l'altitude issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC).

Si un vecteur directeur de (BC) est

$$\vec{u} = (x_C - x_B, y_C - y_B),$$

alors $\vec{u}$ peut être utilisé comme vecteur normal à l'altitude issue de A. Une équation de cette altitude est

$$(x_C - x_B)(x - x_A) + (y_C - y_B)(y - y_A) = 0.$$

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes : leur point d'intersection est l'orthocentre.

9.3 Droite passant par un point et parallèle à une droite

Soit d d'équation

$$ax + by + c = 0.$$

Toute droite parallèle à d possède une équation de la forme

$$ax + by + k = 0.$$

La droite parallèle à d passant par $A(x_A, y_A)$ est donc

$$\boxed{ax + by - (ax_A + by_A) = 0.}$$

10 Difficultés et erreurs fréquentes

Les erreurs suivantes doivent être anticipées dans une présentation orale :

— confondre vecteur directeur et vecteur normal ;

— oublier qu'une équation cartésienne exige $(a, b) \neq (0, 0)$;

— diviser par un coefficient nul lors de la recherche d'une équation réduite ;

— confondre droites parallèles et droites confondues ;

— conclure à la perpendicularité en utilisant uniquement les coefficients directeurs sans traiter les droites verticales ;

— calculer un coefficient directeur avec les différences d'abscisses et d'ordonnées dans le mauvais ordre ;

— oublier de vérifier qu'un point satisfait l'équation obtenue.

Une bonne pratique consiste à distinguer systématiquement la représentation choisie (paramétrique, cartésienne ou réduite) et la propriété recherchée (appartenance, parallélisme, perpendicularité ou intersection).

11 Liste d'exercices

Les exercices suivants sont proposés dans un ordre progressif. Ils permettent de vérifier les calculs, les raisonnements et la capacité à choisir une représentation adaptée.

Exercice 1 – Équation d'une droite

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par $A(2,-1)$ et $B(5,3)$.

Vérifier que les points A et B satisfont l'équation obtenue, puis donner un vecteur directeur et un vecteur normal.

Exercice 2 – Passage d'une représentation à une autre

On considère la droite d définie par

$$\begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = -1 + 2t, \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Déterminer :

1. deux points distincts de d ;
2. un vecteur directeur de d ;
3. une équation cartésienne de d ;
4. une équation réduite de d.

Exercice 3 – Appartenance à une droite

On considère la droite

$$d : 2x - 3y + 6 = 0.$$

Déterminer si les points $A(0,2)$, $B(3,4)$ et $C(-3,0)$ appartiennent à d.

Justifier chaque réponse par un calcul.

Exercice 4 – Positions relatives

Étudier les positions relatives des droites

$$d_1 : 2x - y + 1 = 0, \qquad d_2 : 4x - 2y - 3 = 0.$$

Puis étudier les positions relatives de

$$d_3 : x + 2y - 5 = 0.$$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection lorsqu'ils existent.

Exercice 5 – Parallélisme et perpendicularité

Soient

$$d_1 : y = 2x - 3, \qquad d_2 : y = 2x + 4, \qquad d_3 : y = -\frac{1}{2}x + 1.$$

Déterminer les positions relatives de chaque paire de droites. Justifier les réponses en utilisant les coefficients directeurs.

Exercice 6 – Médiatrice

On considère les points $A(1,2)$ et $B(5,4)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu de $[AB]$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$.
3. Vérifier que le milieu appartient à la médiatrice.
4. Vérifier que A et B sont à la même distance de tout point de la médiatrice.

Exercice 7 – Distance d'un point à une droite

Calculer la distance du point $A(2,-1)$ à la droite

$$d : 4x - 3y + 2 = 0.$$

Déterminer ensuite les coordonnées du projeté orthogonal de A sur d.

Exercice 8 – Hauteurs d'un triangle

Dans un repère orthonormé, on considère

$$A(0,4), \qquad B(-2,0), \qquad C(4,0).$$

1. Déterminer les équations de (AB) et (AC).
2. Déterminer une équation de la hauteur issue de A.
3. Déterminer une équation de la hauteur issue de B.
4. Calculer les coordonnées de l'orthocentre.

Exercice 9 – Paramètre et intersection

Pour $m \in \mathbb{R}$, on considère les droites

$$d_m : y = mx + 2, \qquad \Delta : y = -x + 5.$$

1. Pour quelles valeurs de m les droites sont-elles parallèles ?
2. Pour quelles valeurs de m sont-elles sécantes ?
3. Lorsque $m \neq -1$, déterminer leurs coordonnées d'intersection en fonction de m.

Exercice 10 – Problème de synthèse

Soient $A(1,1)$, $B(5,2)$ et $C(2,5)$.

1. Déterminer les équations des droites (AB) et (AC).
2. Déterminer les équations de deux médiatrices du triangle.
3. Calculer leur point d'intersection.
4. Interpréter géométriquement ce point.
5. En déduire le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

12 Éléments de correction

Exercice 1

Un vecteur directeur est $(3,4)$ et un vecteur normal est $(4,-3)$. Une équation est

$$4(x-2) - 3(y+1) = 0,$$

soit

$$\boxed{4x - 3y - 11 = 0}.$$

Exercice 2

Le vecteur directeur est $(3, 2)$. Un vecteur normal est $(2, -3)$. Une équation cartésienne est

$$2(x-2) - 3(y+1) = 0,$$

soit

$$\boxed{2x - 3y - 7 = 0}.$$

L'équation réduite est

$$\boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}}.$$

Exercice 3

Pour $A(0, 2)$, on obtient $-6 + 6 = 0 : A \in d$. Pour $B(3, 4)$, on obtient $6 - 12 + 6 = 0 : B \in d$. Pour $C(-3, 0)$, on obtient $-6 + 6 = 0 : C \in d$.

Exercice 4

Les deux premières droites ont des coefficients de x et de y proportionnels, mais leurs constantes ne le sont pas : elles sont parallèles et distinctes.

La droite d_3 n'est pas parallèle à d_1. L'intersection de d_1 et d_3 est obtenue en résolvant

$$\begin{cases} 2x - y = -1, \\ x + 2y = 5. \end{cases}$$

On trouve

$$\boxed{\left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)}.$$

Exercice 5

Les droites d_1 et d_2 sont parallèles et distinctes. La droite d_3 est perpendiculaire à d_1 et à d_2, car $2 \times (-1/2) = -1$.

Exercice 6

Le milieu est $I(3, 3)$. Un vecteur directeur de (AB) est $(4, 2)$; un vecteur normal est $(2, -4)$. La médiatrice a donc pour équation

$$2(x-3) - 4(y-3) = 0,$$

soit

$$\boxed{x - 2y + 3 = 0}.$$

Exercice 7

La distance vaut

$$d(A, d) = \frac{|8 + 3 + 2|}{\sqrt{16 + 9}} = \boxed{\frac{13}{5}}.$$

Le projeté orthogonal est

$$H = A - \frac{4x_A - 3y_A + 2}{4^2 + (-3)^2}(4, -3).$$

Ainsi,

$$H = (2, -1) - \frac{13}{25}(4, -3) = \boxed{\left(-\frac{2}{25}, \frac{14}{25}\right)}.$$

Exercice 8

On a

$$(AB) : y = 2x + 4, \qquad (AC) : y = -x + 4.$$

La hauteur issue de A est perpendiculaire à (BC), qui est horizontale : elle est donc verticale, d'équation

$$x = 0.$$

La hauteur issue de B est perpendiculaire à (AC), de coefficient directeur -1 ; son coefficient directeur est donc 1. Son équation est

$$y = x + 2.$$

L'intersection des hauteurs est

$$\boxed{H(0, 2)}.$$

Exercice 9

Les droites sont parallèles lorsque $m = -1$. Elles sont sécantes lorsque $m \neq -1$. Dans ce cas,

$$mx + 2 = -x + 5 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{3}{m+1}.$$

Puis

$$y = 5 - \frac{3}{m+1}.$$

Le point d'intersection est donc

$$\boxed{I_m \left(\frac{3}{m+1}, 5 - \frac{3}{m+1} \right).}$$

Exercice 10

Une équation de (AB) est

$$x - 4y + 3 = 0,$$

et une équation de (AC) est

$$4x + y - 9 = 0.$$

Les médiatrices se coupent au centre du cercle circonscrit. Pour obtenir ce centre, on peut résoudre les équations des médiatrices ou chercher le point équidistant de A, B et C.

13 Références bibliographiques et institutionnelles

1. Ministère de l'Éducation nationale, programmes de mathématiques du collège, notamment les notions de repérage, de coordonnées, de parallélisme et de perpendicularité. https://www.education.gouv.fr/
2. Ministère de l'Éducation nationale, programmes de mathématiques du lycée général et technologique, notamment les fonctions affines, les vecteurs et la géométrie repérée. https://www.education.gouv.fr/
3. Ministère de l'Éducation nationale, ressources d'accompagnement en mathématiques sur Éduscol. https://eduscol.education.fr/
4. Daniel Perrin, *Cours d'algèbre et de géométrie*, édition destinée à la formation mathématique, pour les notions de géométrie affine et vectorielle.
5. Marcel Berger, *Géométrie*, volumes 1 et 2, CEDIC, pour les approches synthétiques et analytiques de la géométrie.

6. IREM, ressources et publications pédagogiques en mathématiques, utiles pour les situations d'étude et les activités de démonstration. https://www.univ-irem.fr/

Les programmes officiels doivent être consultés dans leur version en vigueur au moment de la préparation du concours. Les ouvrages cités constituent des références mathématiques et didactiques générales ; ils ne sont pas nécessairement des sources directes de chaque résultat présenté dans cette leçon.

14 Conclusion

L'étude des droites du plan met en relation plusieurs cadres mathématiques : la géométrie synthétique, le calcul vectoriel, les équations algébriques et la représentation graphique.

Les représentations paramétriques, cartésiennes et réduites ne sont pas concurrentes : chacune est adaptée à certains problèmes. Le choix de la représentation permet notamment de déterminer une droite, d'étudier les positions relatives de deux droites, de calculer un point d'intersection ou d'établir des propriétés de perpendicularité.

Dans une présentation orale du CAPES, il est important de justifier les équivalences utilisées, de préciser les hypothèses des critères et de proposer des exemples qui mettent en évidence les limites de chaque méthode.