Leçon : Trigonométrie

Préparation à l'oral du CAPES de mathématiques

Table des matières

1 Prérequis et objectifs **2**

2 Trigonométrie dans le triangle rectangle **2**

2.1 Définitions 2

2.2 Premières propriétés 2

2.3 Applications 3

3 Mesure des angles : degrés et radians **3**

3.1 Définition du radian 3

3.2 Conversions 4

4 Le cercle trigonométrique **4**

4.1 Définition 4

4.2 Propriétés fondamentales 4

4.3 Valeurs remarquables 5

4.4 Parité et symétries 5

5 Identités trigonométriques **5**

5.1 Identité fondamentale 5

5.2 Formules d'addition 5

5.3 Formules de duplication 6

5.4 Formules de linéarisation 6

6 Équations trigonométriques **6**

6.1 Équations de base 6

6.2 Exemples 7

7 Fonctions trigonométriques **7**

7.1 Fonction cosinus 7

7.2 Fonction sinus 7

7.3 Fonction tangente 8

7.4 Modélisation périodique 8

8 Applications géométriques **8**

8.1 Théorème d'Al-Kashi 8

8.2 Formule des sinus 8

8.3 Aire d'un triangle 9

9 Exercices proposés **9**

10 Éléments de correction **11**

11 Pistes pour la présentation orale **13**

12 Références bibliographiques **14**

1 Prérequis et objectifs

Prérequis

La leçon mobilise les connaissances suivantes :

- géométrie du triangle rectangle et théorème de Pythagore ;
- angles géométriques et mesure des angles ;
- calcul algébrique, identités remarquables et résolution d'équations élémentaires ;
- coordonnées dans le plan et équation d'un cercle ;
- fonctions usuelles, notamment les fonctions périodiques, selon le niveau considéré.

Objectifs

L'objectif est de construire et d'exploiter les outils trigonométriques nécessaires à l'étude des triangles, du cercle et des fonctions périodiques. Il s'agit notamment :

- de définir le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle ;
- de passer de la mesure en degrés à la mesure en radians ;
- d'utiliser le cercle trigonométrique pour définir le sinus et le cosinus de tout réel ;
- d'établir et d'utiliser les principales identités trigonométriques ;
- de résoudre des équations trigonométriques simples ;
- d'appliquer la trigonométrie à la géométrie et à la modélisation de phénomènes périodiques.

La leçon doit également faire apparaître la progressivité des apprentissages : la trigonométrie du triangle rectangle au collège, le cercle trigonométrique au lycée, puis les identités et les fonctions trigonométriques dans une perspective plus générale.

2 Trigonométrie dans le triangle rectangle

2.1 Définitions

Soit ABC un triangle rectangle en A, et soit $\theta = \widehat{ABC}$ un angle aigu.

On définit :

$$\boxed{\cos\theta = \frac{AB}{BC}} \qquad \boxed{\sin\theta = \frac{AC}{BC}}$$

et

$$\boxed{\tan\theta = \frac{AC}{AB}}.$$

Ces définitions correspondent respectivement au rapport entre le côté adjacent et l'hypoténuse, le côté opposé et l'hypoténuse, puis le côté opposé et le côté adjacent.

La tangente est définie ici pour un angle aigu ; elle sera étendue ultérieurement aux réels pour lesquels le cosinus ne s'annule pas.

2.2 Premières propriétés

Pour tout angle aigu θ :

$$0 < \sin\theta < 1, \qquad 0 < \cos\theta < 1, \qquad \tan\theta > 0.$$

Le théorème de Pythagore donne :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

En divisant par BC^2, on obtient :

$$\left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = 1.$$

Ainsi :

$$\boxed{\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1}.$$

De plus,

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

pour tout angle aigu.

2.3 Applications

La trigonométrie permet notamment :

- de calculer une longueur dans un triangle ;
- de déterminer un angle à partir de rapports de longueurs ;
- de mesurer indirectement une hauteur ou une distance ;
- de résoudre des problèmes de pente et de visée.

Exemple 1. *Une échelle de longueur* 5 *m repose contre un mur vertical. Elle fait un angle de* $60°$ *avec le sol. La hauteur atteinte sur le mur vaut :*

$$h = 5\sin(60°) = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ m.$$

3 Mesure des angles : degrés et radians

3.1 Définition du radian

Le radian est une unité de mesure des angles. Dans un cercle de rayon r, un angle au centre qui intercepte un arc de longueur ℓ a pour mesure en radians :

$$\theta = \frac{\ell}{r}.$$

Un tour complet correspond à une longueur d'arc $2\pi r$. Sa mesure en radians est donc :

$$\frac{2\pi r}{r} = 2\pi.$$

Par conséquent :

$$\boxed{180° = \pi \text{ rad}}.$$

3.2 Conversions

Pour convertir des degrés en radians :

$$\theta_{\text{rad}} = \theta_{\text{deg}} \frac{\pi}{180}.$$

Pour convertir des radians en degrés :

$$\theta_{\text{deg}} = \theta_{\text{rad}} \frac{180}{\pi}.$$

Exemples :

$$30^\circ = \frac{\pi}{6}, \qquad 45^\circ = \frac{\pi}{4}, \qquad 60^\circ = \frac{\pi}{3},$$
$$90^\circ = \frac{\pi}{2}, \qquad 180^\circ = \pi, \qquad 360^\circ = 2\pi.$$

La mesure en radians est particulièrement adaptée à l'étude des fonctions trigonométriques et aux formules d'analyse.

4 Le cercle trigonométrique

4.1 Définition

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1, orienté dans le sens direct.

À tout réel x, on associe le point M du cercle obtenu en parcourant un angle orienté de mesure x à partir du point $A(1, 0)$.

Les coordonnées de M définissent le cosinus et le sinus :

$$\boxed{M(\cos x, \sin x)}.$$

Cette définition prolonge celles du triangle rectangle à tous les réels.

4.2 Propriétés fondamentales

Puisque M appartient au cercle unité :

$$\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}.$$

On en déduit :

$$-1 \leq \cos x \leq 1, \qquad -1 \leq \sin x \leq 1.$$

Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π :

$$\boxed{\cos(x + 2k\pi) = \cos x},$$

$$\boxed{\sin(x + 2k\pi) = \sin x}, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

La tangente est définie lorsque $\cos x \neq 0$:

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}}.$$

Elle est périodique de période π sur son domaine :

$$\tan(x + k\pi) = \tan x.$$

4.3 Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

La connaissance de ces valeurs repose notamment sur l'étude des triangles rectangles isocèles et des triangles équilatéraux.

4.4 Parité et symétries

Le cercle trigonométrique permet d'établir :

$$\boxed{\cos(-x) = \cos x}, \qquad \boxed{\sin(-x) = -\sin x}.$$

Le cosinus est une fonction paire et le sinus une fonction impaire.

On dispose également des formules :

$$\cos(\pi - x) = -\cos x, \qquad \sin(\pi - x) = \sin x,$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x, \qquad \sin(\pi + x) = -\sin x,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x, \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x.$$

Ces relations sont des conséquences des symétries du cercle trigonométrique.

5 Identités trigonométriques

5.1 Identité fondamentale

Théorème 1. *Pour tout réel x :*

$$\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}.$$

Démonstration.

Le point $M(\cos x, \sin x)$ appartient au cercle unité. Son équation étant $X^2 + Y^2 = 1$, on obtient immédiatement :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

□

5.2 Formules d'addition

Théorème 2. *Pour tous réels a et b :*

$$\boxed{\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b},$$

$$\boxed{\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b}.$$

Ces formules peuvent être démontrées à partir des rotations du plan, des coordonnées dans une base orthonormée ou des propriétés du cercle trigonométrique.

En remplaçant b par $-b$ et en utilisant la parité du cosinus et l'imparité du sinus, on obtient :

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b,$$
$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$$

5.3 Formules de duplication

En prenant $a = b = x$, il vient :

$$\boxed{\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x},$$
$$\boxed{\sin(2x) = 2\sin x \cos x}.$$

Grâce à l'identité fondamentale :

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$$

et

$$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x.$$

5.4 Formules de linéarisation

On déduit des formules précédentes :

$$\boxed{\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}},$$
$$\boxed{\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}},$$
$$\boxed{\sin x \cos x = \frac{\sin(2x)}{2}}.$$

Ces identités interviennent notamment dans le calcul d'intégrales trigonométriques et dans l'étude des signaux périodiques.

6 Équations trigonométriques

6.1 Équations de base

Résoudre une équation trigonométrique consiste à déterminer l'ensemble des réels qui vérifient une relation faisant intervenir les fonctions sinus, cosinus ou tangente.

Pour tout réel a :

$$\cos x = \cos a \iff x = 2k\pi + a \quad \text{ou} \quad x = 2k\pi - a, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

De même :

$$\sin x = \sin a \iff \begin{cases} x = a + 2k\pi, \\ \text{ou } x = \pi - a + 2k\pi, \end{cases} \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

Enfin :

$$\tan x = \tan a \iff x = a + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

lorsque les tangentes considérées sont définies.

6.2 Exemples

Résolvons :

$$\cos x = \frac{1}{2}.$$

Sur une période $[0, 2\pi[$, les solutions sont $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$. Sur $\mathbb{R}$:

$$\boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}}.$$

Résolvons :

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Sur $[0, 2\pi[$, les solutions sont $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$. Sur $\mathbb{R}$:

$$\boxed{x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi}.$$

Il est essentiel de distinguer les solutions sur un intervalle donné de l'ensemble des solutions réelles.

7 Fonctions trigonométriques

7.1 Fonction cosinus

La fonction

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(x) = \cos x$$

est paire et 2π-périodique.

Elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

$$\boxed{f'(x) = -\sin x}.$$

Elle est décroissante sur $[0, \pi]$ et croissante sur $[\pi, 2\pi]$.

Son image est $[-1, 1]$.

7.2 Fonction sinus

La fonction

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad g(x) = \sin x$$

est impaire et 2π-périodique.

Elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

$$\boxed{g'(x) = \cos x}.$$

Son image est également $[-1, 1]$.

7.3 Fonction tangente

La fonction tangente est définie sur :

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \,;\, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Sur cet ensemble :

$$\boxed{(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x}.$$

Elle est impaire et π-périodique. Elle possède des asymptotes verticales aux points $\frac{\pi}{2} + k\pi$.

7.4 Modélisation périodique

Une fonction de la forme

$$f(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + m$$

peut modéliser un phénomène périodique.

Lorsque $A \neq 0$ et $\omega \neq 0$:

- $|A|$ est l'amplitude ;
- m est la valeur moyenne ;
- φ est une phase ;
- la période est $T = \dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

De telles fonctions apparaissent en acoustique, en électricité, en mécanique et dans l'étude des phénomènes oscillatoires.

8 Applications géométriques

8.1 Théorème d'Al-Kashi

Dans un triangle ABC, on note :

$$a = BC, \qquad b = CA, \qquad c = AB, \qquad \widehat{A} = \alpha.$$

Le théorème d'Al-Kashi affirme :

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}.$$

Il généralise le théorème de Pythagore. Lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$, on retrouve :

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

8.2 Formule des sinus

Dans un triangle ABC, avec les notations précédentes :

$$\boxed{\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}}.$$

Cette formule permet de déterminer des longueurs ou des angles lorsque les données disponibles ne correspondent pas à un triangle rectangle.

8.3 Aire d'un triangle

L'aire $\mathcal{A}$ d'un triangle vérifie :

$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha}.$$

Cette formule découle de la formule classique de l'aire $\frac{1}{2} \times$ base $\times$ hauteur, en exprimant la hauteur à l'aide du sinus de l'angle considéré.

9 Exercices proposés

Les exercices suivants sont organisés selon une progression allant de l'application directe à la démonstration et à la modélisation.

Exercice 1 – Triangle rectangle

Un triangle ABC est rectangle en A. On donne $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm.

a) Calculer BC.

b) Déterminer $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$.

c) Donner une valeur approchée de l'angle $\widehat{ABC}$ en degrés.

Exercice 2 – Conversions

Convertir en radians :

$$15^\circ, \quad 72^\circ, \quad 135^\circ, \quad 240^\circ.$$

Convertir en degrés :

$$\frac{5\pi}{12}, \quad \frac{7\pi}{6}, \quad \frac{11\pi}{4}.$$

Exercice 3 – Valeurs remarquables

Calculer exactement :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right), \qquad \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right), \qquad \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right).$$

Justifier chaque résultat à l'aide du cercle trigonométrique.

Exercice 4 – Identités

Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \sin^2 x + \cos^2 x,$$

$$B(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2},$$

$$C(x) = \frac{\sin(2x)}{2\cos x},$$

en précisant les conditions de définition lorsque cela est nécessaire.

Exercice 5 – Équations trigonométriques

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$\sin x = -\frac{1}{2},$$
$$\tan x = 1.$$

Donner ensuite les solutions appartenant à $[0, 2\pi[$.

Exercice 6 – Formules d'addition

À l'aide des formules d'addition, calculer exactement :

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right).$$

On pourra écrire :

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}.$$

Exercice 7 – Théorème d'Al-Kashi

Dans un triangle ABC, on donne :

$$AB = 5, \qquad AC = 7, \qquad \widehat{BAC} = 60^\circ.$$

Calculer BC, puis déterminer une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 8 – Mesure indirecte

Depuis un point situé à 30 m du pied d'un bâtiment, l'angle entre l'horizontale et la direction du sommet vaut 35°. En supposant le terrain horizontal, déterminer une valeur approchée de la hauteur du bâtiment.

On négligera la hauteur des yeux de l'observateur.

Exercice 9 – Étude de fonction

On considère :

$$f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$$

a) Déterminer une période de f.
b) Donner l'image de f.
c) Résoudre $f(x) = 1$ sur $[0, 2\pi[$.
d) Décrire les transformations reliant la courbe de f à celle de la fonction cosinus.

Exercice 10 – Démonstration

Démontrer que, pour tout réel x :

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x).$$

Indication : factoriser la différence de deux carrés, puis utiliser l'identité fondamentale.

Exercice 11 – Modélisation périodique

La hauteur d'un point d'un mécanisme oscillant est modélisée par :

$$h(t) = 1,5 + 0,4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right),$$

où t est exprimé en secondes et $h(t)$ en mètres.

a) Déterminer la hauteur moyenne.
b) Déterminer les hauteurs minimale et maximale.
c) Calculer la période du mouvement.
d) Déterminer les instants où la hauteur est maximale.

Exercice 12 – Approfondissement

Soient a et b deux réels tels que :

$$\cos a = \frac{3}{5}, \qquad \sin a > 0, \qquad \cos b = \frac{5}{13}, \qquad \sin b < 0.$$

Calculer $\sin a$, $\sin b$, puis $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$.

10 Éléments de correction

Exercice 1

$$BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

Ainsi :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{3}{5}, \qquad \sin\widehat{ABC} = \frac{4}{5}, \qquad \tan\widehat{ABC} = \frac{4}{3}.$$

L'angle vaut environ $53,1°$.

Exercice 2

$$15° = \frac{\pi}{12}, \quad 72° = \frac{2\pi}{5}, \quad 135° = \frac{3\pi}{4}, \quad 240° = \frac{4\pi}{3}.$$
$$\frac{5\pi}{12} = 75°, \quad \frac{7\pi}{6} = 210°, \quad \frac{11\pi}{4} = 495°.$$

Exercice 3

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \qquad \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}.$$

Exercice 4

$$A(x) = 1, \qquad B(x) = \sin^2 x.$$

Pour $C(x)$, il faut $\cos x \neq 0$. Sur son domaine :

$$C(x) = \frac{2\sin x \cos x}{2\cos x} = \sin x.$$

Exercice 5

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \iff x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi.$$
$$\sin x = -\frac{1}{2} \iff x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi.$$
$$\tan x = 1 \iff x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

Exercice 6

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4},$$
$$\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

Exercice 7

Le théorème d'Al-Kashi donne :

$$BC^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ = 39.$$

Donc $BC = \sqrt{39}$. Puis :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3}{\sqrt{39}}.$$

Exercice 8

En notant h la hauteur :

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{30} \quad \Longrightarrow \quad h = 30 \tan 35^\circ \approx 21,0 \text{ m}.$$

Exercice 9

Une période est :

$$T = \frac{2\pi}{3}.$$

L'image de f est $[-1, 3]$. L'équation $f(x) = 1$ équivaut à :

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Les solutions sont :

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

Sur $[0, 2\pi[$, on conserve les valeurs obtenues pour $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Exercice 10

On factorise :

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x).$$

L'identité fondamentale et la formule de duplication donnent :

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x).$$

Exercice 11

La hauteur moyenne est $1,5$ m. La hauteur minimale est $1,1$ m et la hauteur maximale est $1,9$ m. La période est :

$$T = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6 \text{ s}.$$

La hauteur est maximale lorsque :

$$\frac{\pi}{3} t = 2k\pi,$$

soit $t = 6k$ secondes, pour $k \in \mathbb{Z}$. Pour les temps physiques $t \geq 0$, on prend $k \geq 0$.

Exercice 12

Les signes imposés donnent :

$$\sin a = \frac{4}{5}, \qquad \sin b = -\frac{12}{13}.$$

Par les formules d'addition :

$$\cos(a+b) = \frac{3}{5}\frac{5}{13} - \frac{4}{5}\left(-\frac{12}{13}\right) = \frac{63}{65},$$

$$\sin(a+b) = \frac{4}{5}\frac{5}{13} + \frac{3}{5}\left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{16}{65}.$$

11 Pistes pour la présentation orale

Pour une présentation de type CAPES, il est utile de :

- préciser le niveau scolaire et les programmes concernés ;
- distinguer les définitions géométriques du triangle rectangle de la définition par le cercle trigonométrique ;
- justifier l'identité fondamentale et les formules d'addition ;
- présenter un exemple de résolution d'équation en explicitant le rôle de la périodicité ;
- proposer une application concrète et un exercice permettant d'évaluer les acquis ;
- signaler les erreurs fréquentes : confusion entre degrés et radians, oubli des solutions périodiques, utilisation de la tangente lorsque le cosinus est nul.

Une progression possible consiste à commencer par les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, à introduire ensuite le cercle trigonométrique, puis à établir les identités et à terminer par les équations ou la modélisation périodique.

12 Références bibliographiques

Références

[1] Ministère de l'Éducation nationale, *Programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique*. Bulletins officiels et ressources institutionnelles disponibles sur le site : `https://www.education.gouv.fr/`.

[2] Ministère de l'Éducation nationale, *Ressources d'accompagnement des programmes de mathématiques*. Éduscol : `https://eduscol.education.fr/`.

[3] Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM), ressources pédagogiques et travaux sur l'enseignement de la trigonométrie : `https://www.univ-irem.fr/`.

[4] Collection de manuels scolaires de mathématiques *Transmath*, éditions Nathan. Ressources pour les niveaux collège et lycée.

[5] Collection de manuels scolaires de mathématiques *Déclic*, éditions Hachette Éducation. Ressources pour les niveaux lycée.

[6] Ministère de l'Éducation nationale, *Sujets et rapports des jurys des concours de recrutement des enseignants*. Les rapports du jury du CAPES de mathématiques permettent d'identifier les attentes relatives à la rigueur, aux démonstrations et aux choix didactiques : `https://www.devenirenseignant.gouv.fr/`.